



UFMA

Introdução à Computação Gráfica  
DEINF-UFMA  
Prof. Anselmo Paiva

**Departamento  
de  
Informática**

Projeções Planas

# Processo Básico de Visualização 3D

---

---

- transformar do mundo 3D para o mundo 2D.
- Primeiro limita o mundo 3D a uma determinada porção ( **volume de visualização**)
- Leva esse volume de visualização para o plano via **projeção**.
- Finalmente realiza uma transformação ***windowxviewport***.

# Projeções

---

---

- Reduz a dimensão de um espaço (e.g. de 3 para 2).
- Várias projeções foram definidas.
- Tratamos somente de projeções geométricas planas (realizadas em um plano usando linhas retas como projetores).
- Outros tipos:
  - projeção em superfícies não planas (e.g. a esfera).
  - Usa outro tipo de curva como projetores (e.g. algumas projeções de mapa)

# Projeções Geométricas Planas

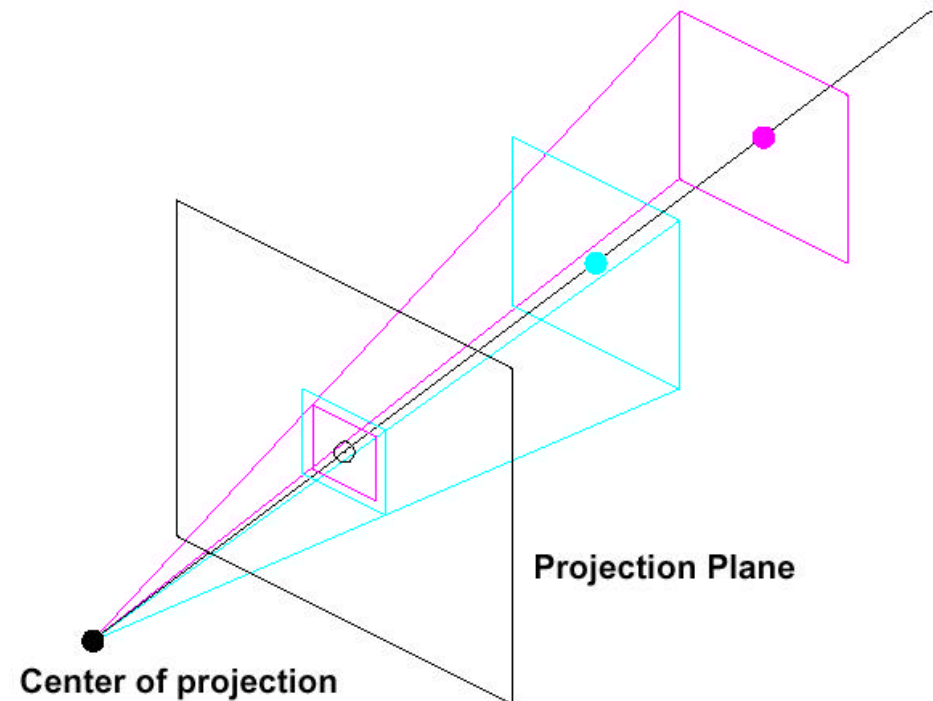
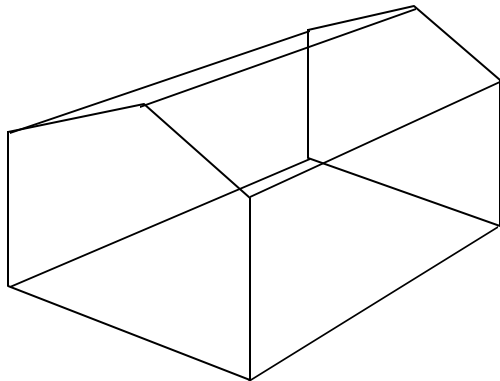
---

---

- Mapeamento do espaço 3D em um plano.
- Composta de dois componentes:
  - Plano de projeção.
  - Conjunto de raios denominados **projetores**.
- Leva todos os pontos em cada raio para o ponto em que ocorre a interseção do raio com o plano de projeção.
- Duas classes básicas:
  - **Perspectiva**:
    - todos os projetores passam por um ponto.
  - **Paralela**:
    - projetores são linhas paralelas

# Projeção Perspectiva

- Determinada pelo **centro de projeção** - o ponto por onde passam todos os projetores.
- Similar a câmeras e sistema visual humano.
- Parece imagem mais realista.
- ☹ Não preserva escala
- ☹ Não preserva ângulos

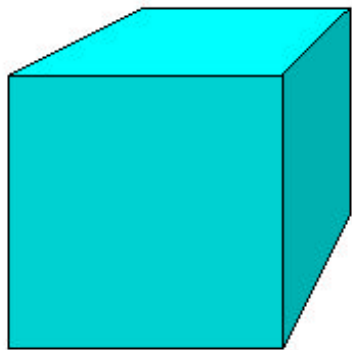


# Projeção Perspectiva

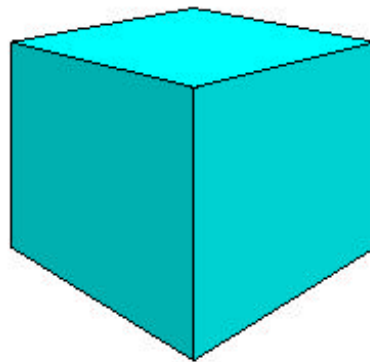
---

---

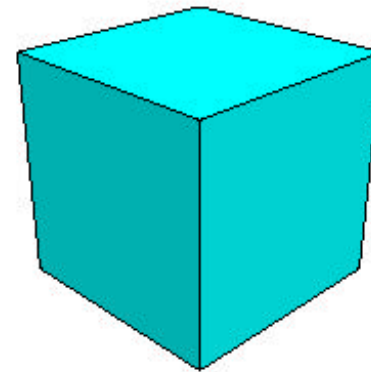
- Não permite medidas diretas
- Objeto parecem menores quando mais longes.
- Retas paralelas se encontram em um ponto (ponto de fuga)
- Existem perspectivas com 1, 2, ou 3 pontos de fuga, dependendo de quantos eixos tem interseção com o plano de projeção.



**One point**



**Two Point**



**Three point**

# Projeção Paralela

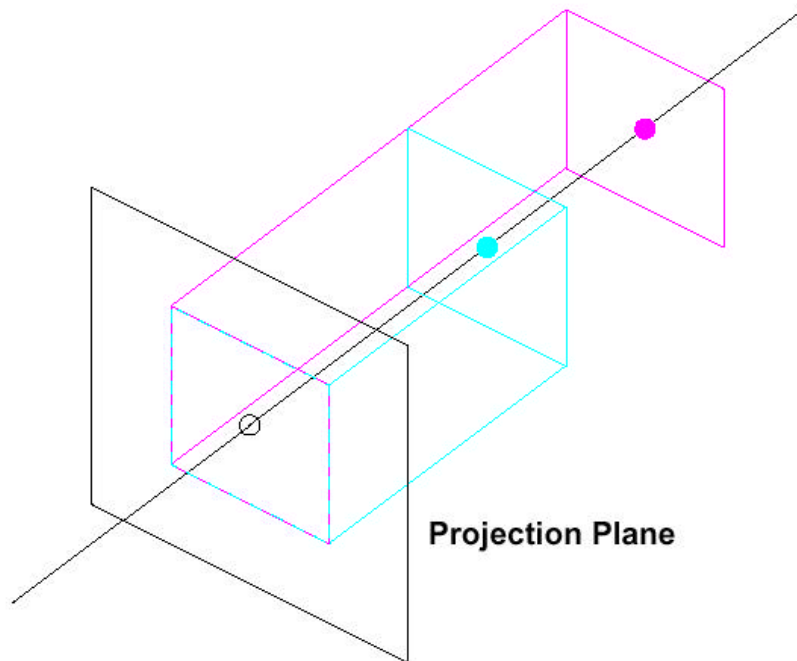
---

---

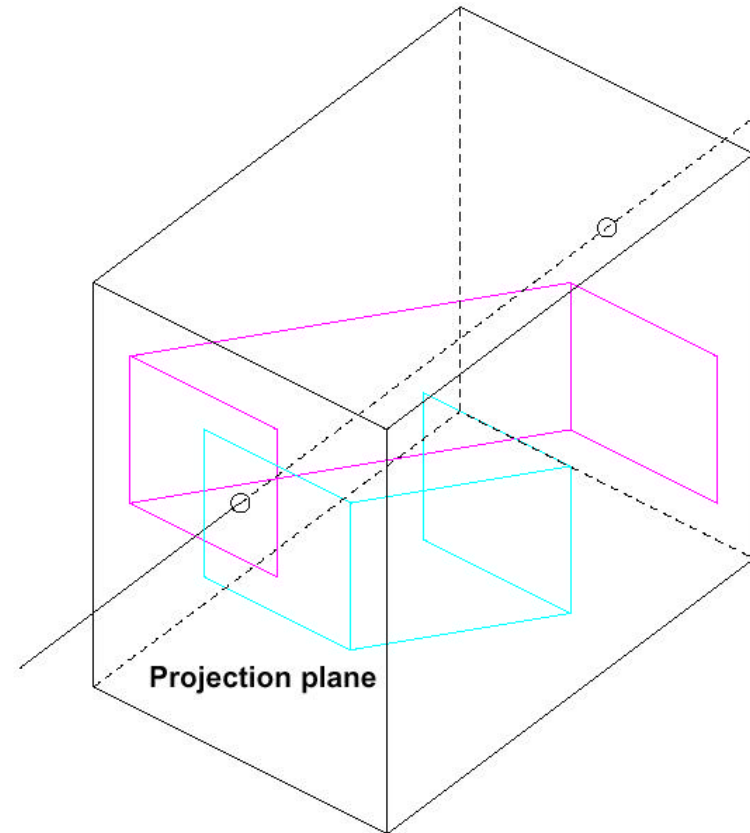
- Determinada pela **direção de projeção**.
- Não é tão realista qto a perspectiva, mas permite realização de certas medidas
- Duas grandes classes:
  - **ortográficas**                      dp // n
    - **plantas**
    - **elevações**
    - **iso-métrica**
  - **oblíquas**                              dp **não é paralela a n**
    - **cavaleiras**
    - ***cabinet***

# Projeções Paralelas

## Ortográfica



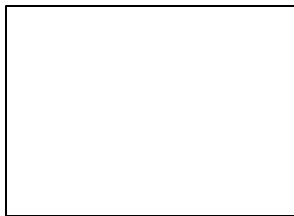
## Oblíqua



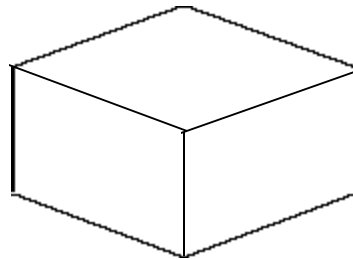


# Projeções de um cubo

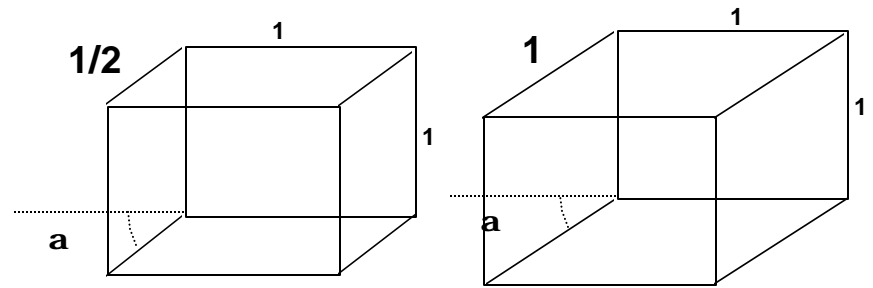
## • Paralelas



planta ou  
elevação



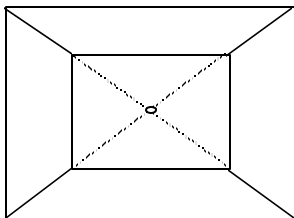
iso-métrica



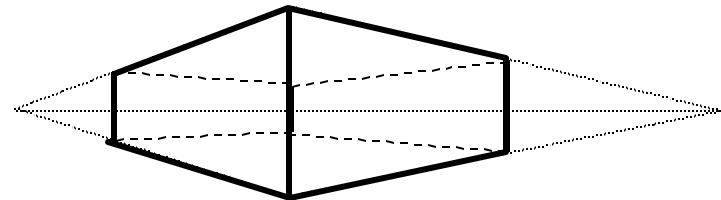
Cabinete  
( $a=45$  ou  $90$ )

Cavaleira  
( $a=45$  ou  $90$ )

## • Cônicas

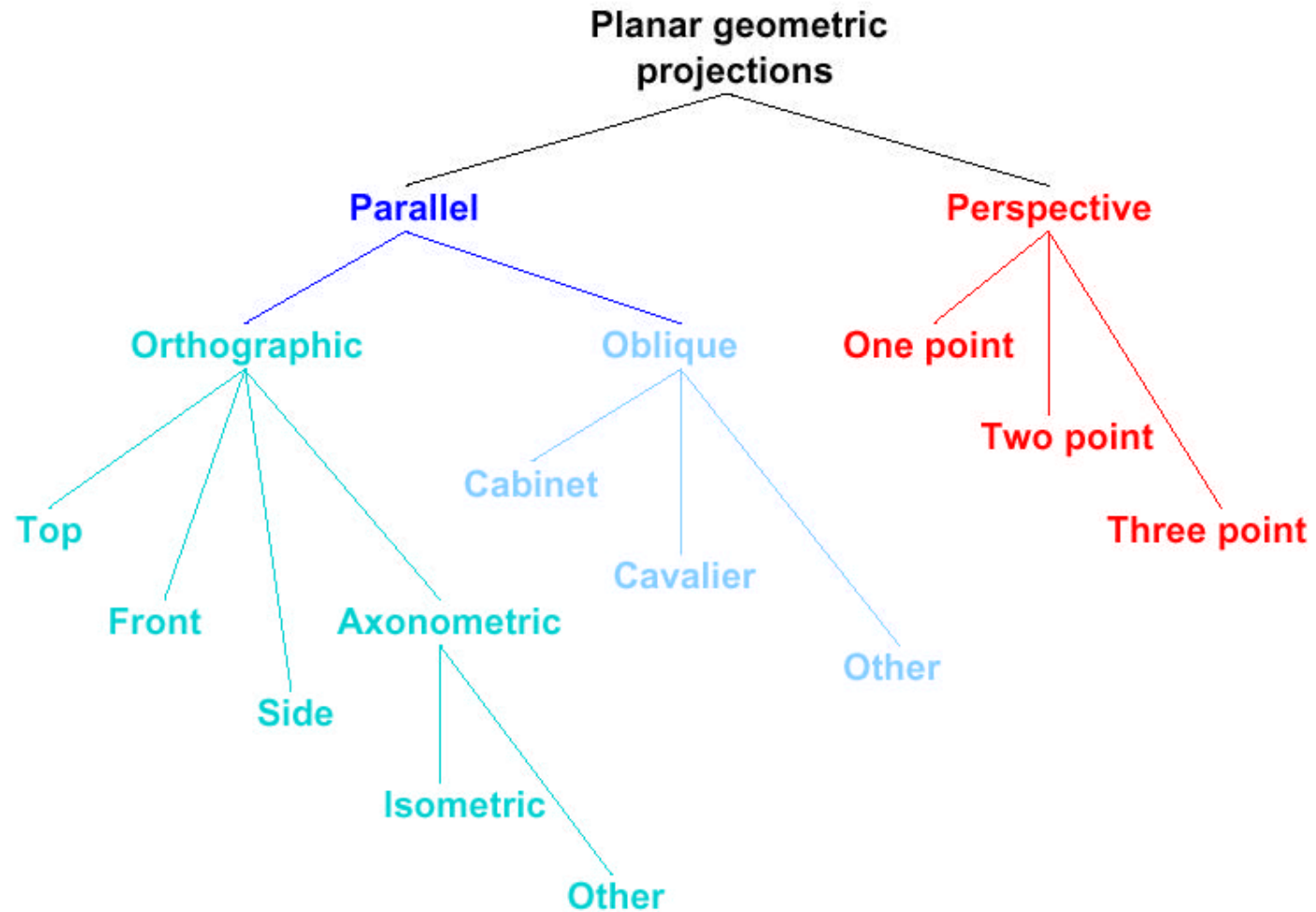


1 pto de fuga

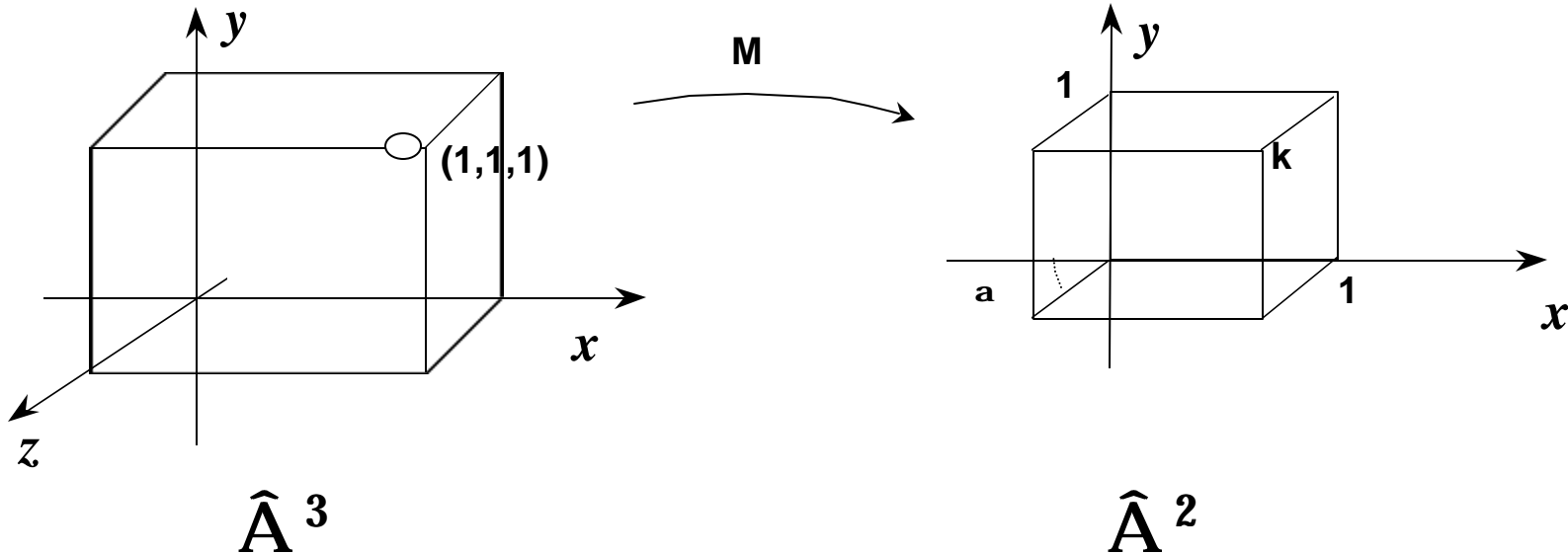


2 ptos de fuga

# Hierarquia das Projeções Geométricas Planas



## Matrizes de projeções Cavaleiras e Cabinetes



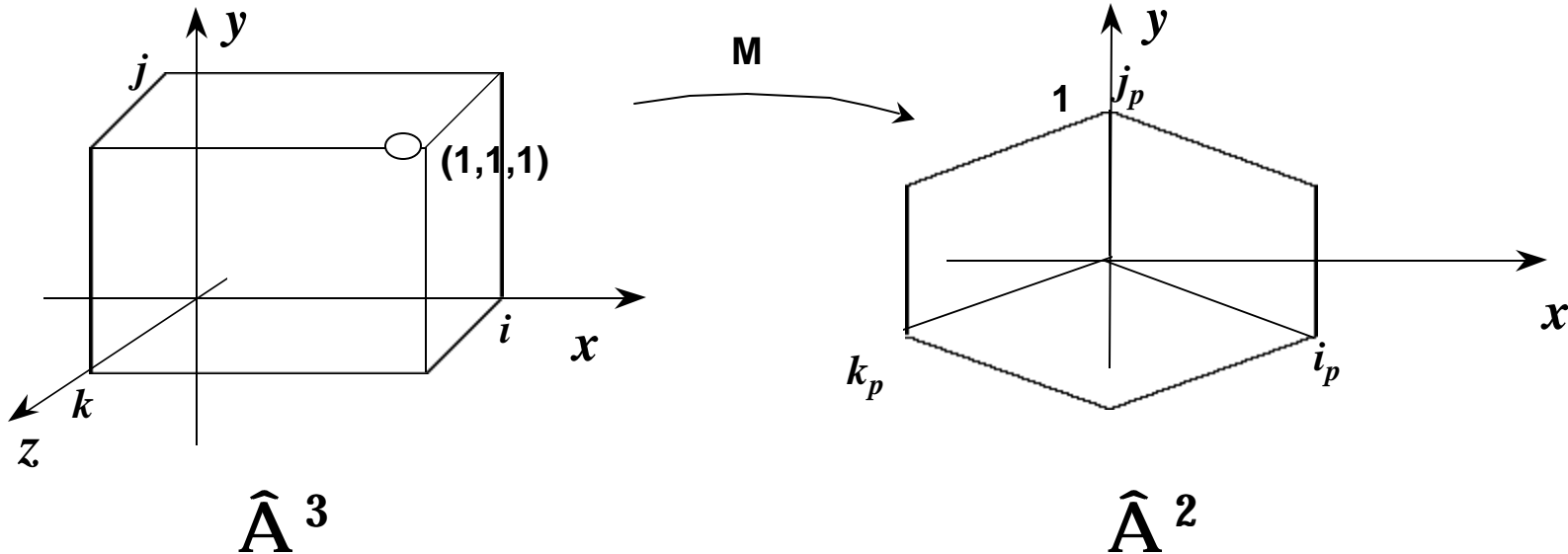
$$T(1,0,0) = (1,0)$$

$$T(0,1,0) = (0,1)$$

$$T(0,0,1) = (-k \cos a, -k \sin a)$$

$$M = \begin{vmatrix} 1 & 0 & -k \cos a \\ 0 & 1 & -k \sin a \end{vmatrix}$$

## Matrizes de projeções pseudo-isométricas



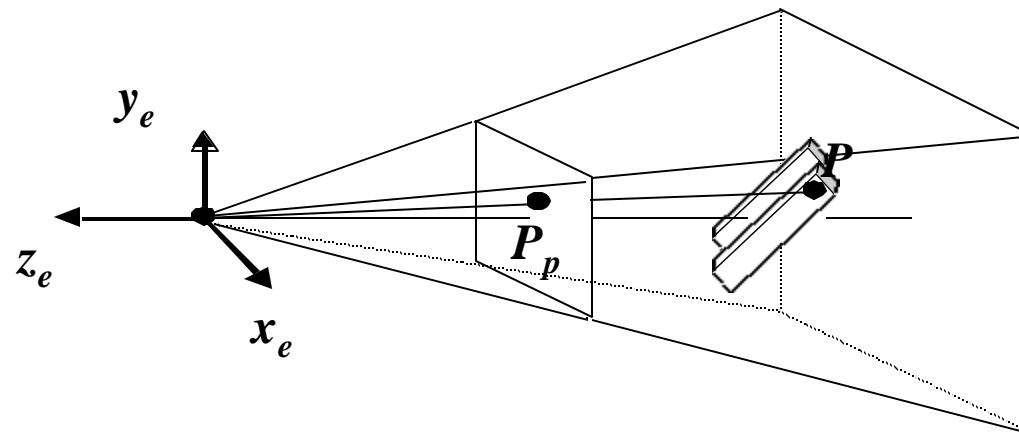
$$T(1,0,0) = (\cos 30, -\sin 30)$$

$$T(0,1,0) = (0,1)$$

$$T(0,0,1) = (-\cos 30, -\sin 30)$$

$$M = \begin{vmatrix} \cos 30 & 0 & -\cos 30 \\ -\sin 30 & 1 & -\sin 30 \end{vmatrix}$$

# Projeção cônica simples

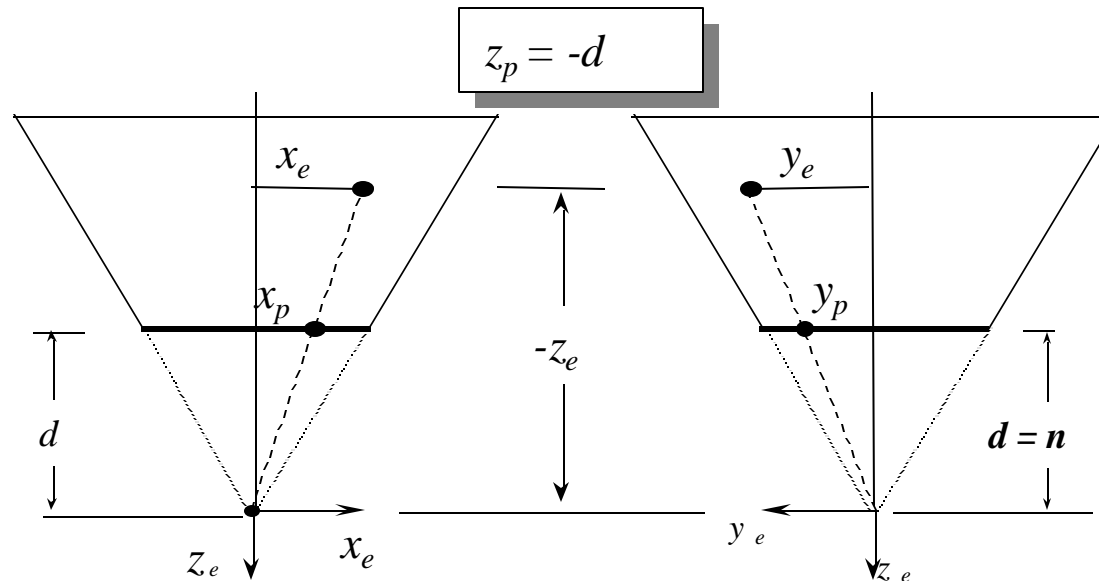


$$P = \begin{pmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \end{pmatrix}$$

$$P_p = \begin{pmatrix} x_p \\ y_p \\ -d \end{pmatrix}$$

$$\frac{x_p}{x_e} = \frac{d}{-z_e}$$

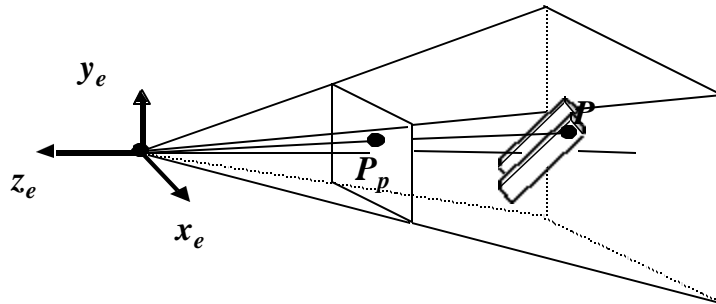
$$x_p = \frac{d}{-z_e} x_e$$



$$\frac{y_p}{y_e} = \frac{d}{-z_e}$$

$$y_p = \frac{d}{-z_e} y_e$$

# Projeção cônica simples



$$x_p = \frac{d}{-z_e} x_e$$

$$y_p = \frac{d}{-z_e} y_e$$

$$z_p = -d$$

$$\begin{bmatrix} x_p \\ y_p \\ z_p \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d & 0 & 0 & 0 \\ 0 & d & 0 & 0 \\ 0 & 0 & d & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ z_e \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d x_e \\ d y_e \\ d z_e \\ -z_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (d/-z_e) x_e \\ (d/-z_e) y_e \\ -d \\ 1 \end{bmatrix}$$

$w$   $\swarrow$   $\circlearrowleft$   $\div w$   $\searrow$