

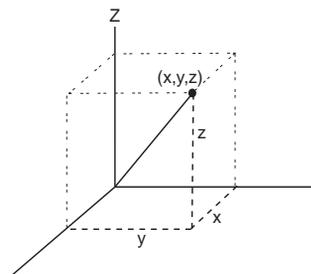
Representação gráfica em 3D

10

Apresentação introdutória da representação gráfica 3D.....	154
Descrição das etapas para a representação gráfica de equações 3D.....	156
Diferenças entre as representações gráficas tridimensional e de funções.....	157
Movimentação do cursor sobre uma superfície tridimensional	160
Rotação e/ou elevação usando o ângulo de visão	162
Animação interativa de um Gráfico 3D	164
Mudança dos formatos dos eixos e de estilo	165
Traçados de contorno	167
Exemplo: contornos de uma superfície de módulo complexo	170
Traçados implícitos	171
Exemplo: traçado implícito de uma equação mais complexa.....	173

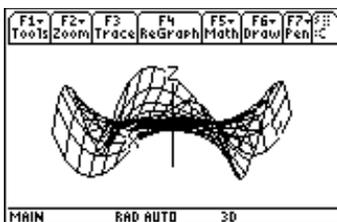
Este capítulo explica como representar graficamente equações 3D na TI-89 / TI-92 Plus. Antes de continuar, é necessário estar familiarizado com o capítulo 6: Representação gráfica de funções.

Em uma representação tridimensional de uma equação 3D $z(x,y)$, a posição de um ponto é determinada como mostrado ao lado.

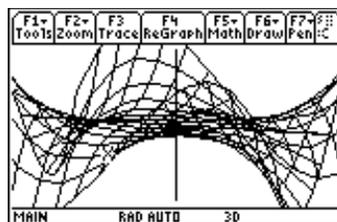


Através da visualização expandida, qualquer gráfico tridimensional pode ser examinado em maiores detalhes. Por exemplo:

Visualização Normal



Visualização expandida



Para alternar entre as visualizações normal e expandida, pressione \times (tecla de multiplicação, não a letra X).

Quando um gráfico 3D é exibido, a visualização expandida é usada automaticamente se:

- O estilo do formato gráfico está configurado ou é alterado para CONTOUR LEVELS ou IMPLICIT PLOT.
- O gráfico anterior utilizou a visualização expandida.

Ao pressionar uma tecla de cursor para animar o gráfico, como descrito neste capítulo, a tela muda para a visualização normal automaticamente. Não é possível animar um gráfico na visualização expandida.

Sugestão: Para visualizar o gráfico ao longo dos eixos x, y ou z, digite a letra X, Y, ou Z, respectivamente.

Sugestão: Para alternar de um estilo de formato para o próximo (ignorando IMPLICIT PLOT), pressione:

TI-89: α [F]
TI-92 Plus: F

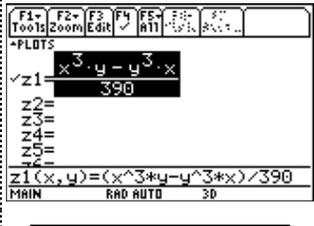
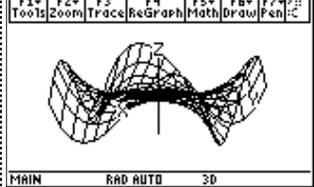
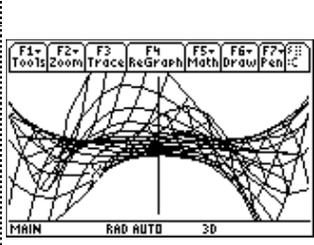
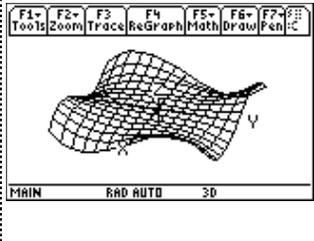
Isto conserva a visualização atual (expandida ou normal).

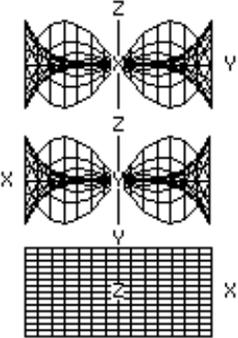
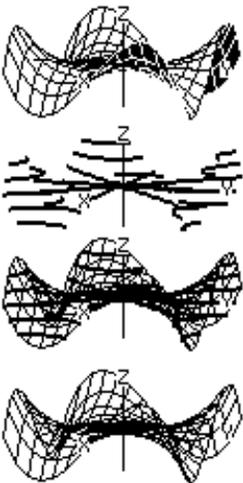
Nota: Para alternar para IMPLICIT PLOT (via caixa de diálogo GRAPH FORMATS), pressione:

TI-89: \square \square
TI-92 Plus: \square F

Apresentação introdutória da representação gráfica 3D

Represente graficamente a equação 3D $z(x,y) = (x^3 y - y^3 x) / 390$. Controle a animação do gráfico utilizando o cursor para alterar, de forma interativa, os valores da variável eye de Window, que controla o ângulo de visualização. Em seguida, visualize o gráfico em estilos de formatos gráficos diferentes.

Etapas	TI-89 Teclas	TI-92 Plus Teclas	Tela
1. Exiba a caixa de diálogo MODE. Selecione 3D para o modo Graph.	[MODE] [◂] 5 [ENTER]	[MODE] [◂] 5 [ENTER]	
2. Exiba e limpe Y= Editor. Em seguida, defina a equação 3D $z_1(x,y) = (x^3 y - y^3 x) / 390$. <i>Observe que as teclas pressionadas fazem uso da multiplicação implícita.</i>	[◂] [Y=] [F1] 8 [ENTER] [ENTER] [◂] X [^] 3 Y [◂] Y [^] 3 X [◂] [+/-] 3 9 0 [ENTER]	[◂] [Y=] [F1] 8 [ENTER] [ENTER] [◂] X [^] 3 Y [◂] Y [^] 3 X [◂] [+/-] 3 9 0 [ENTER]	
3. Mude o formato gráfico para exibir e rotule os eixos. Além disso, defina Style = WIRE FRAME. <i>É possível animar qualquer estilo de formato gráfico, mas WIRE FRAME é mais rápido.</i>	[◂] [◂] [◂] [◂] 2 [◂] [◂] 2 [◂] [◂] 1 [ENTER]	[◂] F [◂] [◂] 2 [◂] [◂] 2 [◂] [◂] 1 [ENTER]	
4. Selecione o cubo de visualização ZoomStd, que representa graficamente a equação de forma automática. <i>Conforme a equação é calculada (antes de ser representada graficamente), a "percentagem de cálculo" é mostrada na parte superior esquerda da tela.</i> Nota: Se a representação gráfica 3D já houver sido usada, o gráfico pode ser mostrado na visualização expandida. Quando o gráfico é animado, a tela volta para a visualização normal automaticamente. (Exceto quanto à animação, a visualização normal e expandida oferecem as mesmas possibilidades.)	[F2] 6 [X] (pressione [X] para alternar entre visualização normal e expandida)	[F2] 6 [X] (pressione [X] para alternar entre visualização normal e expandida)	 
5. Anime o gráfico diminuindo o valor da variável eye de Window. [◂] ou [◃] pode afetar eyeθ e eyeψ, porém de forma mais suave que a eyeφ. Para animar o gráfico de forma contínua, mantenha o cursor pressionado por cerca de 1 segundo, soltando-o em seguida. Para interromper, pressione [ENTER].	[◂] [◂] [◂] [◂] [◂] [◂] [◂] [◂]	[◂] [◂] [◂] [◂] [◂] [◂] [◂] [◂]	

Etapas	 TI-89 Teclas	 TI-92 Plus Teclas	Tela
<p>6. Coloque o gráfico novamente em sua orientação inicial. Em seguida, mova o ângulo de visualização ao longo da “órbita de visualização” ao redor do gráfico.</p> <p><i>Para obter informações sobre a órbita de visualização, consulte a página 164.</i></p>	0 (zero, não a letra O) 	0 (zero, não a letra O) 	
<p>7. Visualize o gráfico ao longo do eixo x, do eixo y e, em seguida, do eixo z.</p> <p><i>Este gráfico possui a mesma forma ao longo do eixo y e do eixo x.</i></p>	X Y Z	X Y Z	
<p>8. Retorne à orientação inicial.</p>	0	0	
<p>9. Exiba o gráfico em estilos de formatos gráficos diferentes.</p>	 (pressione  para mudar de um estilo para o próximo)	F (pressione F para mudar de um estilo para o próximo)	 <p>HIDDEN SURFACE</p> <p>CONTOUR LEVELS (pode ser necessário algum tempo para se calcular os contornos)</p> <p>WIRE AND CONTOUR</p> <p>WIRE FRAME</p>

Nota: Também é possível exibir o gráfico como um traçado implícito usando a caixa de diálogo GRAPH FORMATS ( 9 ou **TI-89:**   **TI-92 Plus:**  F). Se **TI-89:**  **TI-92 Plus:** F for pressionado para mudar de estilo, o gráfico implícito não será exibido.

Descrição das etapas para a representação gráfica de equações 3D

Para representar graficamente equações 3D, utilize o mesmo procedimento usado para funções $y(x)$, conforme descrito no capítulo 6: Representação gráfica de funções. As diferenças válidas para equações 3D são descritas nas páginas seguintes.

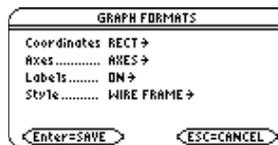
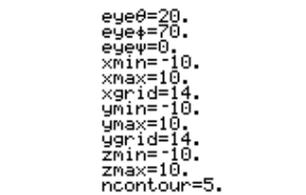
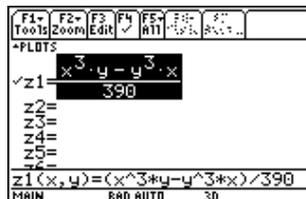
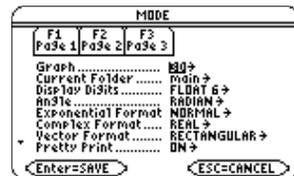
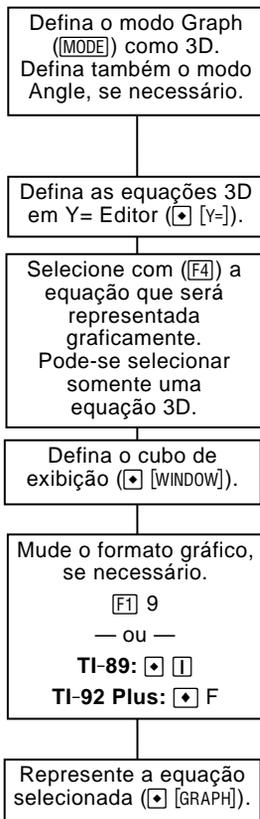
Representação gráfica de equações 3D

Sugestão: Para desativar um gráfico de dados estatísticos (Capítulo 16), pressione [F5] 5 ou use [F4].

Nota: Em gráficos tridimensionais, a janela de exibição é chamada de cubo de exibição. [F2] Zoom também altera o cubo de exibição.

Sugestão: Para facilitar na visualização da orientação dos gráficos tridimensionais, ative Axes e Labels.

Nota: Durante o cálculo e antes de exibir o gráfico, a tela exibe o "percentual calculado."



Exploração de um gráfico

A partir da tela Graph, é possível:

- Traçar a equação.
- Usar o menu [F2] Zoom da barra de ferramentas para ampliar ou reduzir uma parte do gráfico. Algumas das opções do menu estão apagadas porque não estão disponíveis para gráficos 3D.
- Usar o menu [F5] Math da barra de ferramentas para calcular a equação em um ponto especificado. Apenas 1:Value está disponível para gráficos 3D.

Sugestão: Pode-se calcular também $z(x,y)$ durante a representação gráfica. Digite o valor de x e pressione [ENTER]; em seguida, digite o valor de y e pressione [ENTER].

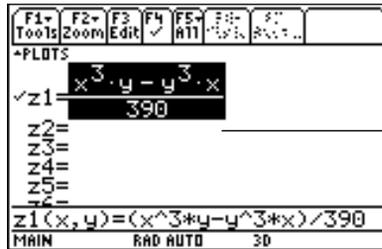
Diferenças entre as representações gráficas tridimensional e de funções

Este capítulo assume que o leitor já está familiarizado com a representação de funções $y(x)$, conforme descrito no capítulo 6: Representação gráfica de funções. Esta seção descreve as características específicas de equações 3D.

Configuração do modo Graph

Use **[MODE]** para configurar Graph = 3D antes de configurar equações ou variáveis Window. Y= Editor e Window Editor permitem que informações sejam introduzidas apenas no modo Graph *atual*.

Configuração de equações 3D em Y= Editor



É possível configurar equações tridimensionais de $z1(x,y)$ a $z99(x,y)$.

Sugestão: É possível usar o comando **Define** a partir da tela principal (consulte apêndice A) para configurar funções e equações para todos os modos de representação gráfica, independente do modo atual.

O Y= Editor mantém uma lista independente de funções para cada configuração de modo Graph. Suponha o exemplo seguinte:

- No modo de representação gráfica FUNCTION, o usuário define um conjunto de funções $y(x)$. Ele pode alterar para o modo de representação 3D e, em seguida, configurar um conjunto de equações $z(x,y)$.
- Ao voltar para o modo de representação FUNCTION, as funções $y(x)$ ainda estão configuradas em Y= Editor. Analogamente, ao retornar ao modo de representação em 3D, as equações $z(x,y)$ estão ainda configuradas.

Seleção do estilo de exibição

Como só é possível representar uma equação 3D de cada vez, os estilos de exibição não estão disponíveis. Em Y= Editor, o menu Style da barra de ferramentas permanece apagado.

Entretanto, para equações tridimensionais:

[F1] 9

— ou —

TI-89: **[◀]** **[▶]**

TI-92 Plus: **[◀]** **[▶]** **F**

podem ser usados para configurar o formato de estilo em WIRE FRAME ou HIDDEN SURFACE. Consulte “Mudança dos formatos dos eixos e de estilo” na página 165.

Variáveis Window

O Window Editor mantém um conjunto independente de variáveis Window para cada modo Graph (como Y= Editor mantém listas de funções). Os gráficos 3D usam as seguintes variáveis Window.

Variável	Descrição
eyeθ, eyeφ, eyeψ	Ângulos (sempre expressos em graus) usados para visualizar o gráfico. Consulte “Rotação e/ou elevação usando o ângulo de visão” na página 162.
xmin, xmax, ymin, ymax, zmin, zmax	Limites do cubo de visualização.
xgrid, ygrid	A distância entre xmin e xmax e entre ymin e ymax é dividida pelo número especificado de divisões da grade. A equação z(x,y) é calculada em cada ponto da grade quadriculada onde as suas retas se interceptam.

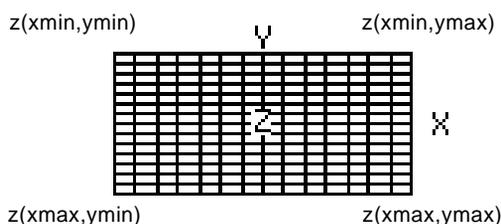
Nota: Se um valor fracionário for atribuído a xgrid ou ygrid, ele será arredondado para o número inteiro ≥ 1 mais próximo.

Nota: O modo 3D não tem variáveis scl Window; assim, não é possível configurar marcas de divisão nos eixos.

O valor do incremento ao longo de x e y é calculado como:

$$\text{incremento } x = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{x_{\text{grid}}} \quad \text{incremento } y = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{y_{\text{grid}}}$$

O número de divisões da grade quadriculada é xgrid + 1 e ygrid + 1. Por exemplo, quando xgrid = 14 e ygrid = 14, a grade xy consiste de 225 (15 × 15) pontos.



ncontour	Número de contornos uniformemente distribuídos ao longo da faixa de valores exibidos de z. Consulte a página 168.
----------	---

Os valores padrão (configurados quando 6:ZoomStd é selecionado a partir do menu [F2] Zoom da barra de ferramentas) são:

eyeθ = 20.	xmin = -10.	ymin = -10.	zmin = -10.
eyeφ = 70.	xmax = 10.	ymax = 10.	zmax = 10.
eyeψ = 0.	xgrid = 14.	ygrid = 14.	ncontour = 5.

Nota: Se são atribuídos valores maiores às variáveis da grade quadriculada, a velocidade com que se representa o gráfico é reduzida.

Pode ser necessário atribuir valores maiores do que os valores padrão às variáveis grid (xgrid, ygrid) para assegurar que sejam traçados pontos suficientes.

Configuração do formato gráfico

Os formatos Axes e Style são específicos do modo de representação gráfica 3D. Consulte “Mudança dos formatos dos eixos e de estilo” na página 165.

Exploração de um gráfico

Assim como na representação gráfica de funções, é possível explorar um gráfico utilizando as seguintes ferramentas. As coordenadas são exibidas na forma retangular ou cilíndrica, conforme configurado no formato gráfico. Na representação gráfica tridimensional, as coordenadas cilíndricas são exibidas quando:

[F1] 9

— ou —

TI-89: **[◀]** **[I]**

TI-92 Plus: **[◀]** **[F]**

é usado para configurar Coordinates = POLAR.

Ferramenta Para gráficos 3D:

Cursor de movimento livre

O cursor de movimento livre não está disponível.

[F2] Zoom

Funciona essencialmente da mesma forma que para gráficos de função, mas lembre-se que três dimensões estão sendo usadas agora, ao invés de duas.

- Somente os seguintes recursos de zoom estão disponíveis:

2:ZoomIn	5:ZoomSqr	A:ZoomFit
3:ZoomOut	6:ZoomStd	B:Memory
		C:SetFactors

- Somente as variáveis Window x (xmin, xmax), y (ymin, ymax) e z (zmin, zmax, zsc1) são afetadas.
- As variáveis Window grid (xgrid, ygrid) e eye (eyeθ, eyeφ, eyeψ) não são afetadas, a menos que 6:ZoomStd seja selecionado (que restabelece o valor padrão destas variáveis).

Sugestão: Consulte “Como mover o cursor” na página 160.

[F3] Trace

Permite mover o cursor ao longo de uma linha da grade quadriculada a partir de um ponto de grade sobre a superfície tridimensional.

- Quando uma representação gráfica é iniciada, o cursor aparece no ponto médio da grade xy.
- QuickCenter está disponível. A qualquer momento durante uma representação gráfica, independente da posição do cursor, **[ENTER]** pode ser pressionado para centralizar o cubo de exibição no cursor.
- O movimento do cursor está restrito às direções x e y. Não é possível mover o cursor além dos limites do cubo de exibição configurados por xmin, xmax, ymin e ymax.

Sugestão: Durante uma representação gráfica, é também possível calcular $z(x,y)$. Digite o valor de x e pressione **[ENTER]**; em seguida, digite o valor de y e pressione **[ENTER]**.

[F5] Math

Somente 1:Value está disponível para gráficos 3D. Esta ferramenta exhibe o valor z para um valor específico de x e y.

Depois de selecionar 1:Value, digite o valor de x e pressione **[ENTER]**. Em seguida, digite o valor de y e pressione **[ENTER]**.

Movimentação do cursor sobre uma superfície tridimensional

A forma com que o cursor se move ao longo de uma superfície tridimensional não é sempre clara. Os gráficos 3D possuem duas variáveis independentes (x, y) ao invés de uma e os eixos X e Y possuem uma orientação diferente de outros modos de representação gráfica.

Como mover o cursor

Nota: O cursor só pode ser mover dentro dos limites x e y configurados pelas variáveis Window xmin, xmax, ymin e ymax.

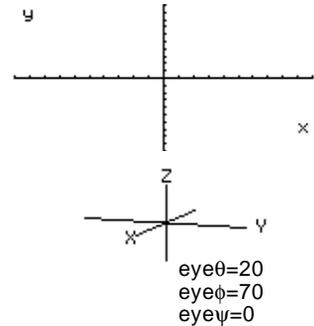
Em uma superfície tridimensional, o cursor sempre se desloca ao longo de uma reta da grade quadriculada.

Tecla de Cursor Move o cursor para o próximo ponto na grade, na:

⤴	Direção positiva de x
⤵	Direção negativa de x
⤶	Direção positiva de y
⤷	Direção negativa de y

Apesar das regras serem bem simples, o movimento do cursor pode parecer confuso, se a orientação dos eixos não for observada.

Na representação gráfica bidimensional na tela Graph, os eixos X e Y possuem sempre a mesma orientação.



Sugestão: Para mostrar os eixos e suas etiquetas a partir das telas de Y= Editor, Window Editor ou Graph, use:
TI-89: \square \square
TI-92 Plus: \square F

Em representação gráfica tridimensional, x e y possuem uma orientação diferente relativa à tela Graph. Além disso, é possível girar e/ou elevar o ângulo de exibição.

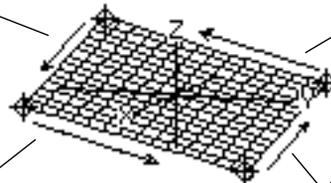
Exemplo simples de movimentação do cursor

O gráfico seguinte exibe um plano inclinado que possui a equação $z1(x,y) = -(x + y) / 2$. Suponha que precise se deslocar em torno do limite exibido.

Ao pressionar \square , o cursor de traçado aparece no meio da grade xy. Use as teclas de cursor para mover o cursor para qualquer direção.

⤴ move o cursor na direção positiva de x, até xmax.

⤷ move o cursor na direção negativa de y, de volta para ymin.



⤶ move o cursor na direção positiva de y, até ymax.

⤵ move o cursor na direção negativa de x, de volta para xmin.

Sugestão: Com exibição e rotulação dos eixos, é possível entender com mais facilidade o padrão de movimento do cursor.

Sugestão: Para a distância entre os pontos da grade quadriculada diminuir, atribua um valor elevado às variáveis Window xgrid e ygrid.

Quando o cursor de traçado está em um ponto interno do plano exibido, ele se move de um ponto da grade para o próximo ponto ao longo de uma reta da grade quadriculada. Não é possível movê-lo diagonalmente pela grade.

Observe que as retas da grade quadriculada podem não aparecer paralelas aos eixos.

Exemplo do cursor em uma superfície oculta

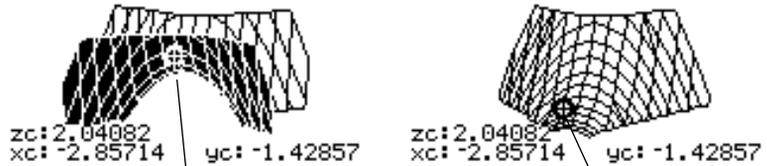
Em formas mais complexas, pode parecer que o cursor não está em um ponto da grade quadriculada. Esta é uma ilusão de ótica que ocorre quando o cursor está sobre uma superfície oculta.

Por exemplo, considere o parabolóide hiperbólico $z_1(x,y) = (x^2 - y^2) / 3$, conhecido como sela. O gráfico a seguir exibe a visualização ao longo do eixo y.



Agora, veja a mesma superfície em 10° do eixo x ($\text{eye}\theta = 10$).

Sugestão: Para separar a parte frontal da sela neste exemplo, defina $\text{xmax}=0$ para exibir somente valores de x negativos.



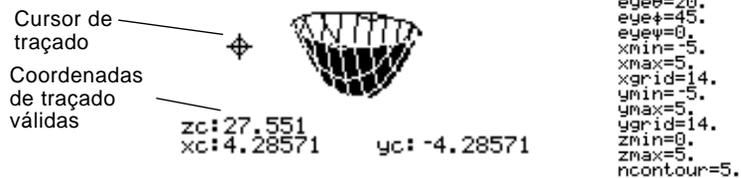
O cursor pode ser movido de forma que não pareça estar sobre um ponto da grade quadriculada.

Se a parte frontal é removida, pode-se observar que o cursor está realmente sobre um ponto da grade na parte traseira, antes oculta.

Exemplo de um cursor “fora da curva”

Apesar do cursor se mover somente em uma reta da grade quadriculada, ele pode, muitas vezes, parecer não estar sobre a superfície tridimensional. Isto ocorre quando o eixo z é muito curto para exibir $z(x,y)$ para os valores correspondentes de x e y.

Por exemplo, suponha que o parabolóide $z(x,y) = x^2 + .5y^2$ seja traçado com as variáveis Window indicadas. É possível mover facilmente o cursor para uma posição qualquer, tal como:



Sugestão: O QuickCenter permite centralizar o cubo de exibição na posição do cursor. Simplesmente pressione **[ENTER]**.

Apesar do cursor estar deslocando-se sobre o parabolóide, ele parece estar fora da superfície porque as coordenadas de traçado:

- xc e yc estão dentro do cubo de exibição. — mas —
- zc está fora do cubo de exibição.

Quando zc está fora do limite z do cubo de exibição, o cursor é exibido em zmin ou zmax (apesar da tela exibir as coordenadas de traçado corretas).

Rotação e/ou elevação usando o ângulo de visão

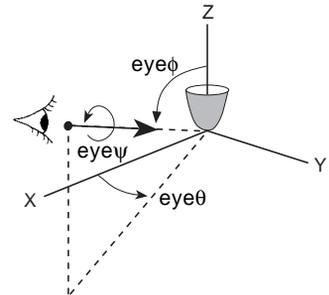
No modo de representação gráfica 3D, as variáveis de Window $eye\theta$ e $eye\phi$ permitem configurar os ângulos de visualização que determinam a linha de visão. Um nova variável Window, $eye\psi$, permite girar o gráfico ao redor da linha de visão.

Como o ângulo de visualização é medido

Nota: Quando $eye\psi=0$, o eixo z está vertical na tela. Quando $eye\psi=90$, o eixo z gira 90° no sentido anti-horário e fica na horizontal.

O ângulo de visualização possui três componentes:

- $eye\theta$ — ângulo em graus a partir do eixo x positivo.
- $eye\phi$ — ângulo em graus a partir do eixo z positivo.
- $eye\psi$ — ângulo em graus em que o gráfico é girado no sentido anti-horário ao redor da linha de visão configurada por $eye\theta$ e $eye\phi$.



```
eyeθ=20.
eyeφ=70.
eyeψ=0.
xmin=-10.
xmax=10.
xgrid=14.
ymin=-10.
ymax=10.
ygrid=14.
zmin=-10.
zmax=10.
ncontour=5.
```

No Window Editor (\blacklozenge [WINDOW]), introduza sempre $eye\theta$, $eye\phi$ e $eye\psi$ em graus, independente do modo de ângulo atual.

Não introduza o símbolo $^\circ$. Por exemplo, digite 20, 70 e 0, não 20° , 70° , e 0° .

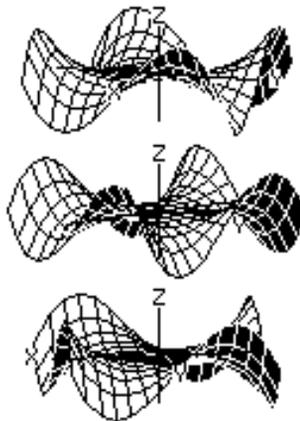
Conseqüência de mudar $eye\theta$

A exibição da tela Graph está sempre orientada de acordo com o ângulo de visualização. Deste ponto de vista, é possível mudar $eye\theta$ para girar o ângulo de visualização em torno do eixo z.

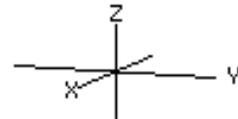
$$z1(x,y) = (x^3y - y^3x) / 390$$

Neste exemplo, $eye\phi = 70$

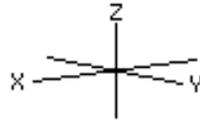
Nota: Este exemplo incrementa $eye\theta$ de 30 em 30.



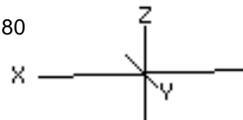
$eye\theta = 20$



$eye\theta = 50$



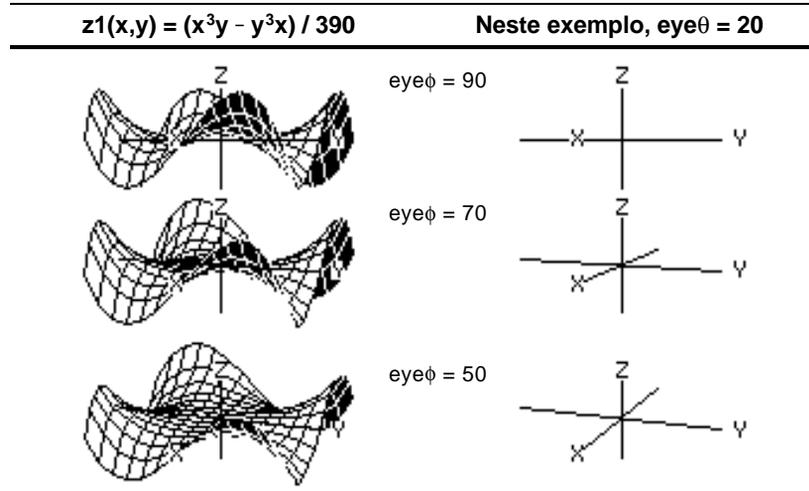
$eye\theta = 80$



Conseqüências de mudar $\text{eye}\phi$

Nota: Este exemplo começa no plano xy ($\text{eye}\phi = 90$) e $\text{eye}\phi$ é subtraído de 20 para elevar o ângulo de exibição.

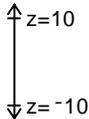
Ao alterar $\text{eye}\phi$, seu ângulo de exibição pode ser elevado acima do plano xy . Se $90 < \text{eye}\phi < 270$, o ângulo de visualização está abaixo do plano xy .



Conseqüências de mudar $\text{eye}\psi$

Nota: Durante a rotação, os eixos são expandidos ou contraídos para caber na largura e altura da tela. Isto causa um pouco de distorção, como mostrado no exemplo.

Quando $\text{eye}\psi=0$, o eixo z atinge a altura da tela.

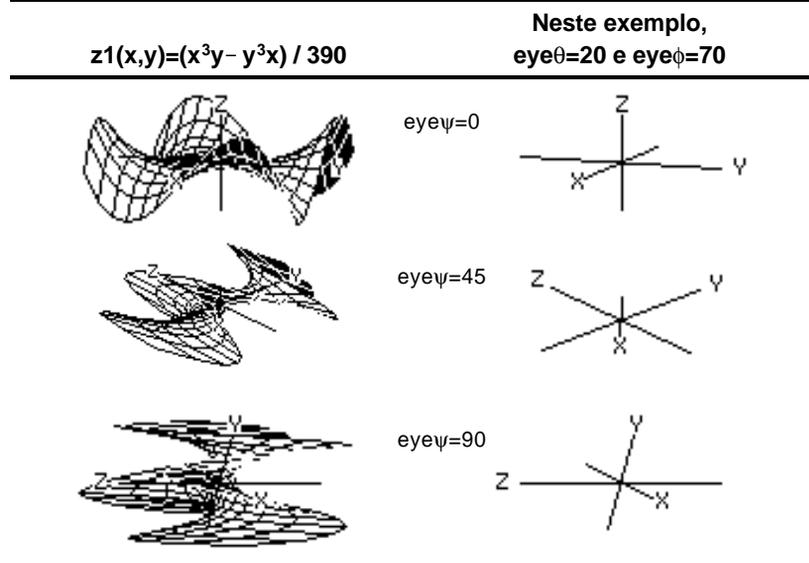


Quando $\text{eye}\psi=90$, o eixo z atinge a largura da tela.



Conforme o eixo z gira 90° , seu intervalo (-10 a 10 neste exemplo) expande atingindo quase duas vezes seu comprimento original. Analogamente, os eixos x e y expandem ou contraem.

A visualização da tela Graph está sempre orientada ao longo dos ângulos de visualização configurados por $\text{eye}\theta$ e $\text{eye}\phi$. É possível alterar $\text{eye}\psi$ para fazer o gráfico girar ao redor da linha de visão.



Da tela principal ou de um programa

Os valores eye são armazenados nas variáveis de sistema $\text{eye}\theta$, $\text{eye}\phi$ e $\text{eye}\psi$. É possível acessar essas variáveis quando for necessário.

TI-89: Para digitar ϕ ou ψ , pressione $\square \square \square \alpha [F]$ ou $\square \square \square \psi$, respectivamente. É também possível pressionar $\square \square \square [\text{CHAR}]$ e utilizar o menu Grego.

TI-92 Plus: Para digitar ϕ ou ψ , pressione $\square \square \square G F$ ou $\square \square \square G Y$ respectivamente. É também possível pressionar $\square \square \square [\text{CHAR}]$ e utilizar o menu Grego.

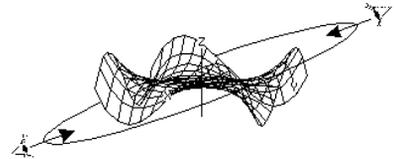
Após traçar graficamente qualquer gráfico 3D, pode-se mudar o ângulo de visualização usando o cursor. Consulte o exemplo de apresentação introdutória na página 154.

Órbita de visualização

Nota: A órbita de visualização afeta as variáveis eye de Window em quantidades diferentes.

Ao usar \odot e \ominus para animar um gráfico, considere como se estivesse movendo o ângulo de visualização ao longo de sua “órbita de visualização” ao redor do gráfico.

O movimento ao longo desta órbita pode fazer com que o eixo z oscile suavemente durante a animação (como pode ser visto no exemplo da apresentação introdutória na página 154).



Animação de um gráfico

Nota: Se o gráfico é mostrado na visualização expandida, ele volta para a visualização normal automaticamente quando se pressiona uma tecla de cursor.

Sugestão: Após animar o gráfico você pode parar e reiniciar a animação na mesma direção pressionando:

TI-89: $\boxed{\text{ENTER}}$ ou $\boxed{\text{alpha}}$ $\boxed{[-]}$

TI-92 Plus: $\boxed{\text{ENTER}}$ ou barra de espaço

Sugestão: Durante uma animação você pode alternar para o próximo estilo de formato gráfico, pressionando:

TI-89: $\boxed{[]}$

TI-92 Plus: F

Sugestão: Para ver um gráfico que mostra os ângulos de eye, consulte a página 162.

Animação de várias imagens gráficas

Para:	Proceda assim:
Animar o gráfico de forma incremental	Pressione e solte o cursor rapidamente.
Mover ao longo da órbita de visualização:	\odot ou \ominus
Mudar a elevação da órbita de visualização: (aumenta ou diminui, principalmente, $\text{eye}\phi$)	\odot ou \ominus
Animar o gráfico de forma contínua	Mantenha o cursor pressionado por cerca de um segundo, soltando-o em seguida. TI-89: Para parar, pressione $\boxed{\text{ESC}}$, $\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{\text{ON}}$ ou $\boxed{\blacktriangleright}$ $\boxed{[-]}$ (espaço). TI-92 Plus: Para interromper, pressione $\boxed{\text{ESC}}$, $\boxed{\text{ENTER}}$, $\boxed{\text{ON}}$, ou a barra de espaço.
Mudar dentre 4 velocidades de animação (aumentar ou diminuir mudanças de incremento nas variáveis eye de Window)	Pressione $\boxed{+}$ ou $\boxed{-}$.
Mudar o ângulo de visualização de um gráfico não animado para ver ao longo dos eixos x, y, ou z	Pressione X, Y ou Z, respectivamente.
Voltar aos valores iniciais do ângulo eye	Pressione 0 (zero, não a letra O).

Também é possível animar um gráfico salvando várias imagens gráficas e, em seguida, trocando-as (ou girando-as). Consulte “Animação de várias imagens gráficas” no capítulo 12: Tópicos gráficos adicionais. Este método fornece um maior controle sobre os valores das variáveis de Window, particularmente $\text{eye}\psi$ (página 162), que faz o gráfico girar.

Mudança dos formatos dos eixos e de estilo

Com as configurações padrão, a TI-89 / TI-92 Plus exibe as superfícies ocultas de um gráfico 3D, mas não os eixos. Entretanto, o formato gráfico pode ser mudado a qualquer momento.

Exibição da caixa de diálogo GRAPH FORMATS

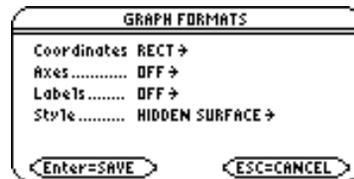
A partir de Y= Editor, Window Editor ou da tela Graph:

[F1] 9

— ou —

TI-89: **[]** **[I]**

TI-92 Plus: **[]** **[F]**



- A caixa de diálogo exibe as configurações atuais do formato gráfico.
- Para sair sem fazer alterações, pressione **[ESC]**.

Para alterar uma destas configurações, utilize o mesmo procedimento usado para mudar outros tipos de caixas de diálogo, como a caixa de diálogo MODE.

Exemplos de configurações de eixos

Sugestão: Configurar Labels = ON é útil na exibição de eixos em três dimensões.

Para exibir as configurações válidas de Axes, coloque a configuração atual em destaque e pressione **[]**.



$$z1(x,y) = x^2 + .5y^2$$

- AXES — Exibe os eixos padrão xyz.



- BOX — Exibe os eixos da caixa tridimensional.

Os limites da caixa são determinados pelas variáveis Window xmin, xmax, etc.



Em muitos casos, a origem (0,0,0) está no interior da caixa, não em uma extremidade.

Por exemplo, se xmin = ymin = zmin = - 10 e xmax = ymax = zmax = 10, a origem está no centro da caixa.

Exemplos de configurações de estilo

Sugestão: A representação gráfica com WIRE FRAME é mais rápida e pode ser a mais adequada quando várias formas estiverem sendo representadas graficamente.

Para exibir as configurações válidas de Style, coloque a configuração atual em destaque e pressione \odot .

```

1:WIRE FRAME
2:HIDDEN SURFACE
3:CONTOUR LEVELS
4:WIRE AND CONTOUR
5:IMPLICIT PLOT
    
```

- WIRE FRAME — Exibe a forma tridimensional como um sólido transparente.
- HIDDEN SURFACES — Usa tons diferentes para diferenciar as duas faces de uma superfície tridimensional.



As seções posteriores deste capítulo descrevem CONTOUR LEVELS, WIRE AND CONTOUR (página 167) e IMPLICIT PLOT (página 171).

Atenção para as possíveis ilusões de ótica

Os ângulos eye (variáveis Window $eye\theta$, $eye\phi$ e $eye\psi$) usados na exibição do gráfico podem causar ilusões de ótica fazendo com que a perspectiva de um gráfico seja perdida.

De uma forma geral, a maioria das ilusões de ótica ocorre quando os ângulos eye (de exibição) estão em um quadrante negativo do sistema de coordenadas.

As ilusões de ótica podem ser mais frequentes com os eixos de caixas. Por exemplo, pode não estar imediatamente claro qual é a “face frontal” da caixa.

Visualização de cima do plano xy para baixo Visualização de baixo do plano xy para cima

Nota: Estes exemplos mostram como os gráficos são exibidos na tela.



$eye\theta = 20$, $eye\phi = 55$, $eye\psi = 0$



$eye\theta = 20$, $eye\phi = 120$, $eye\psi = 0$

Nota: Estes exemplos usam tons artificiais (não exibidos na tela) para indicar a face frontal da caixa.



Para minimizar o efeito de ilusões de ótica, use a caixa de diálogo GRAPH FORMATS para configurar Style = HIDDEN SURFACE.

Traçados de contorno

Em um traçado de contorno, uma linha é desenhada para ligar pontos adjacentes no gráfico 3D que possuem o mesmo valor de z. Esta seção aborda os estilos de formato gráfico CONTOUR LEVELS e WIRE AND CONTOUR.

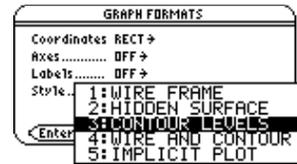
Seleção do estilo de formato gráfico

Sugestão: Na tela Graph você pode alternar do estilo de formato de um gráfico para o próximo (ignorando IMPLICIT PLOT) pressionando:
TI-89: \square
TI-92 Plus: F

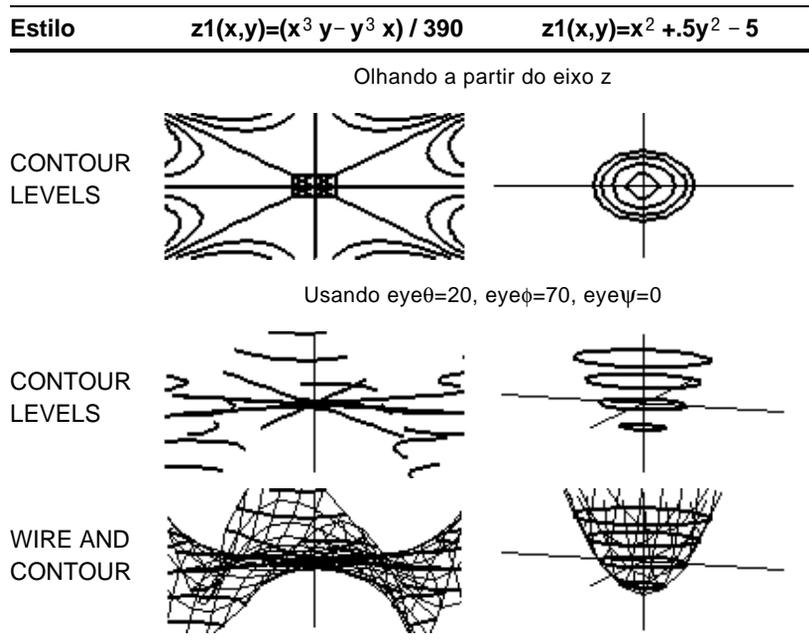
Nota: Pressionar:
TI-89: \square
TI-92 Plus: F
 para selecionar CONTOUR LEVELS não afeta o ângulo de visualização, a visualização e o formato Labels, como ocorre quando se usa:
TI-89: \blacklozenge \square
TI-92 Plus: \blacklozenge F

No modo de representação gráfica 3D, defina uma equação e represente-a graficamente como faria com qualquer equação 3D, com a seguinte exceção: exiba a caixa de diálogo GRAPH FORMATS pressionando \square 9 a partir de Y= Editor, Window Editor, ou a tela Graph. Em seguida, defina:

Style = CONTOUR LEVELS
 – ou –
 Style = WIRE AND CONTOUR



- Em CONTOUR LEVELS, somente os contornos são mostrados.
 - O ângulo de visualização é configurado inicialmente para que se visualize os contornos olhando a partir do eixo z. Pode-se mudar o ângulo de visualização se necessário.
 - O gráfico é mostrado na visualização expandida. Para alternar entre visualização expandida e normal, pressione \square .
 - O formato Labels é configurado como OFF automaticamente.
- Em WIRE AND CONTOUR, os contornos são desenhados em um modelo sem preenchimento (wire frame). O ângulo de visualização, a visualização (expandida ou normal), e o formato Labels permanecem com suas configurações anteriores.



Nota: Estes exemplos usam os mesmos valores da variável x, y e z de Window como o cubo de visualização ZoomStd. Se ZoomStd for utilizado, pressione Z para olhar a partir do eixo z.

Nota: Não confunda os contornos com as linhas da grade quadriculada. Os contornos são mais escuros.

Como os valores de Z são determinados?

A variável ncontour de Window ( [WINDOW]) pode ser configurada para determinar o número de contornos que estarão distribuídos uniformemente ao longo do intervalo exibido dos valores de z, onde:

$$\text{incremento} = \frac{z_{\max} - z_{\min}}{n_{\text{contour}} + 1}$$

Os valores de z para os contornos são:

zmin + incremento
zmin + 2(incremento)
zmin + 3(incremento)
⋮
zmin + ncontour(incremento)

```
eyeθ=20.
eyeφ=70.
eyeψ=0.
xmin=-10.
xmax=10.
xgrid=14.
ymin=-10.
ymax=10.
ygrid=14.
zmin=-10.
zmax=10.
ncontour=5.
```

O default é 5. Os valores são válidos de 0 a 20.

Se ncontour=5 e a janela de visualização comum (zmin= - 10 e zmax=10) está sendo usada, o incremento é 3,333. Cinco contornos são desenhados para z= - 6,666; - 3,333; 0; 3,333 e 6,666.

Entretanto, observe que um contorno não é desenhado para um determinado valor de z se o gráfico 3D não está configurado neste valor de z.

Desenho de um contorno para os valor de Z de um ponto selecionado interativamente

Se um gráfico de contorno é exibido no momento, pode-se especificar um ponto no gráfico e desenhar um contorno para o valor de z correspondente.

1. Para exibir o menu Draw, pressione:

TI-89: [2nd] [F6]

TI-92 Plus: [F6]

2. Selecione 7:Draw Contour.

3. Ou:

- Digite o valor de x do ponto e pressione [ENTER], em seguida, digite o valor de y e pressione [ENTER].

– ou –

- Mova o cursor para o ponto aplicável. (O cursor se move ao longo das linhas da grade quadriculada). Em seguida, pressione [ENTER].



Sugestão: Qualquer contorno existente continua no gráfico. Para remover os contornos default, exiba o Window Editor ( [WINDOW]) e defina ncontour=0.

Por exemplo, suponha que o gráfico atual é $z_1(x,y)=x^2 +.5y^2 - 5$.

Se x=2 e y=3 forem especificados, um contorno será desenhado para z=3,5.

Desenho de contornos para valores específicos de Z

Sugestão: Para remover os contornos default, use \square [WINDOW] e defina ncontour=0.

A partir da tela Graph, exiba o menu Draw e então selecione 8:DrwCtour. A tela principal é exibida automaticamente com DrwCtour na linha de entrada. Em seguida, pode-se especificar um ou mais valores de z individualmente ou gerar uma seqüência de valores de z.

Alguns exemplos são:

- DrwCtour 5 ————— Desenha um contorno para z=5.
DrwCtour {1,2,3} ————— Desenha contornos para z=1, 2 e 3.
DrwCtour seq(n,n, - 10,10,2) ——— Desenha contornos para uma seqüência de valores de z de -10 a 10 em passos de 2 (-10, -8, -6, etc.).

Os contornos especificados são desenhados no gráfico 3D atual. (O contorno não será desenhado se o valor de z especificado estiver fora do cubo de visualização ou se o gráfico 3D não estiver configurando naquele valor de z.)

Notas sobre traçados de contorno

Para um traçado de contorno:

- Pode-se usar as teclas de cursor (página 164) para animar o traçado de contorno.
- Não é possível traçar ($\overline{F3}$) os contornos. Entretanto, pode-se traçar o modelo sem preenchimento (wire frame) conforme visto quando Style=WIRE AND CONTOUR.
- Pode demorar um pouco, inicialmente, para calcular a equação.
- Devido ao possível longo tempo de cálculo, pode se desejar experimentar primeiramente sua equação 3D usando Style=WIRE FRAME. O tempo de cálculo é muito menor. Em seguida, após estar certo de ter os valores corretos da variável da janela, exiba a caixa de diálogo Graph Formats e defina Style=CONTOUR LEVELS ou WIRE AND CONTOUR.

TI-89: \square I

TI-92 Plus: \square F

Exemplo: contornos de uma superfície de módulo complexo

A superfície de módulo complexo dada por $z(a,b) = \text{abs}(f(a+bi))$ mostra todas as raízes complexas de qualquer polinômio $y=f(x)$.

Exemplo

Neste exemplo, faça $f(x)=x^3+1$. Através da substituição da forma complexa geral $x+yi$ por x , pode-se expressar a equação de superfície complexa como $z(x,y)=\text{abs}((x+y*i)^3+1)$.

1. Use **[MODE]** para configurar Graph=3D.

2. Pressione **[Y=]** e defina a equação:

$$z1(x,y)=\text{abs}((x+y*i)^3+1)$$

3. Pressione **[WINDOW]** e defina as variáveis de Window conforme mostrado.

4. Exiba a caixa de diálogo Graph Formats:

TI-89: **[1]**

TI-92 Plus: **[F]**

Ative os eixos, defina Style = CONTOUR LEVELS, e volte ao editor de janela.

5. Pressione **[GRAPH]** para representar graficamente a equação.

Demorará um pouco para calcular um gráfico; portanto tenha paciência. Quando o gráfico é exibido, a superfície do módulo complexo toca o plano xy no ponto exato das raízes complexas do polinômio:

$$-1, \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \text{ e } \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

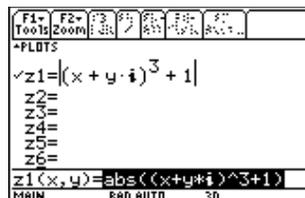
Nota: Para obter estimativas mais precisas, aumente as variáveis xgrid e ygrid de Window. Entretanto, isto aumenta o tempo de cálculo do gráfico.

Sugestão: Quando o gráfico é animado, a tela muda para a visualização normal. Use **[X]** para alternar entre visualizações normal e expandida.

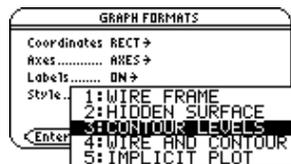
6. Pressione **[F3]**, e mova o cursor de traçado para a raiz no quarto quadrante.

A coordenada permite estimar $.428-.857i$ como a raiz.

7. Pressione **[ESC]**. Em seguida, use as teclas de cursor para animar o gráfico e visualizá-lo sob diferentes ângulos eye.



```
eyeθ=-90.
eyeφ=0.
eyeψ=0.
xmin=-1.5
xmax=1.5
xgrid=14.
ymin=-1.5
ymax=1.5
ygrid=14.
zmin=-1.
zmax=2.
ncontour=10.
```



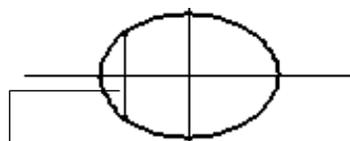
Este exemplo mostra $\text{eye}\theta=70$, $\text{eye}\phi=70$ e $\text{eye}\psi=0$.

Um traçado implícito é usado basicamente como uma forma de representar graficamente formas implícitas bidimensionais que não podem ser representadas no modo de representação gráfica de funções. Tecnicamente, um traçado implícito é um traçado de contorno 3D com apenas um único contorno desenhado somente para $z=0$.

Formas explícitas e implícitas

No modo de representação gráfica de função 2D, as equações possuem uma forma explícita $y=f(x)$, onde y é exclusivo para cada valor de x .

Muitas equações, entretanto, possuem uma forma implícita $f(x,y)=g(x,y)$, onde não se pode indicar explicitamente y em termos de x ou x em termos de y .



y não é único para cada x , assim não é possível representar esta função graficamente no modo de representação gráfica de funções.

Sugestão: É possível também representar graficamente muitas formas implícitas se elas forem:

- Expressas como equações paramétricas. Consulte o capítulo 7.
- Divididas em funções explícitas, separadas. Consulte o exemplo de apresentação introdutória no capítulo 6.

Através do uso de traçados implícitos no modo de representação gráfica 3D, estas formas implícitas podem ser representadas graficamente sem calcular y ou x .

Rearrume a forma implícita como uma equação configurada em zero.

$$f(x,y) - g(x,y) = 0$$

Em Y= Editor, introduza o lado não nulo da equação. Isto é válido porque um traçado implícito define automaticamente a equação como sendo igual a zero.

$$z1(x,y) = f(x,y) - g(x,y)$$

Por exemplo, dada a equação de elipse mostrada à direita, introduza a forma implícita em Y= Editor.

Se $x^2 + 5y^2 = 30$,
então $z1(x,y) = x^2 + 5y^2 - 30$.

Seleção do estilo de formato gráfico

Nota: A partir da tela Graph, para mudar para os outros estilos de formato gráfico, pressione:

TI-89: \square

TI-92 Plus: F

Entretanto, para voltar para IMPLICIT PLOT é preciso usar:

TI-89: \square \square

TI-92 Plus: \square F

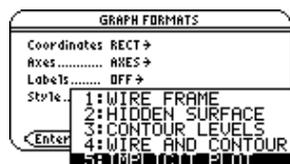
No modo de representação gráfica 3D, defina uma equação apropriada e represente-a graficamente como se faria com qualquer equação 3D, com a seguinte exceção. Exiba a caixa de diálogo GRAPH FORMATS a partir de Y= Editor, de Window Editor ou da tela Graph.

TI-89: \square \square

TI-92 Plus: \square F

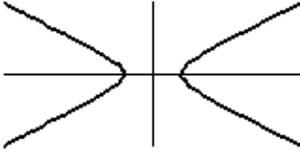
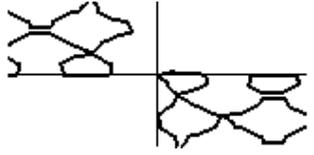
Em seguida, defina:

Style = IMPLICIT PLOT



- O ângulo de visualização é inicialmente configurado para que se veja o traçado olhando a partir do eixo z. O ângulo de visualização pode ser mudado, se desejado.
- O traçado é mostrado na visualização expandida. Para alternar entre a visualização expandida e normal, pressione $\boxed{\times}$.
- O formato Labels é configurado como OFF automaticamente.

Nota: Estes exemplos usam os mesmos valores de variável de Window x, y e z do cubo de visualização ZoomStd. Se ZoomStd for usado, pressione Z para olhar a partir do eixo z.

	$x^2 - y^2 = 4$	$\sin(x) + \cos(y) = e^{(x*y)}$
Estilo	$z1(x,y) = x^2 - y^2 - 4$	$z1(x,y) = \sin(x) + \cos(y) - e^{(x*y)}$
IMPLICIT PLOT		

Notas sobre traçados implícitos

Em um traçado implícito:

- A variável ncontour de Window (página 168) não afeta o traçado. Somente o contorno $z=0$ é desenhado, independente do valor de ncontour. O traçado exibido mostra onde a forma implícita intercepta o plano xy.
- Pode-se usar as teclas de cursor (página 164) para animar o traçado.
- Não é possível traçar ($\boxed{F3}$) o gráfico implícito. Entretanto, pode-se traçar o gráfico sem preenchimento (wire frame) não visto da equação 3D.
- Pode demorar um pouco, inicialmente, para calcular a equação.
- Devido ao tempo de cálculo possivelmente longo, pode ser que você deseje experimentar sua equação 3D usando Style=WIRE FRAME. O tempo de cálculo é muito menor. Em seguida, depois de ter certeza de que os valores das variáveis de Window estão corretos, use:

TI-89: $\boxed{\blacklozenge}$ \boxed{I}

TI-92 Plus: $\boxed{\blacklozenge}$ \boxed{F}

e defina: Style=IMPLICIT PLOT.

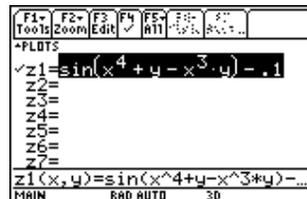
Exemplo: traçado implícito de uma equação mais complexa

O estilo de formato gráfico IMPLICIT PLOT pode ser usado para traçar e animar uma equação complexa que não pode ser representada graficamente de outra forma. Apesar de poder demorar mais tempo para calcular o gráfico, os resultados visuais podem justificar o tempo utilizado.

Exemplo

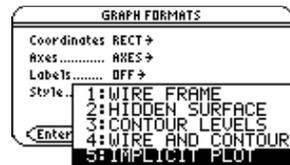
Represente graficamente a equação $\sin(x^4 + y - x^3y) = .1$.

- Use **MODE** para configurar Graph=3D.
- Pressione \blacktriangleright [Y=] e defina a equação:
 $z1(x,y)=\sin(x^4+y-x^3y)-.1$
- Pressione \blacktriangleright [WINDOW] e defina as variáveis de Window conforme mostrado.



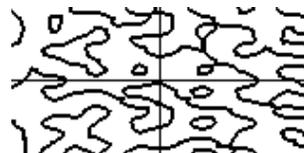
```
eyeθ=-90.
eyeφ=0.
eyeψ=0.
xmin=-10.
xmax=10.
xgrid=14.
ymin=-10.
ymax=10.
ygrid=14.
zmin=-10.
zmax=10.
ncontour=5.
```

- Pressione:
TI-89: \blacktriangleright [I]
TI-92 Plus: \blacktriangleright F
ative os eixos, defina Style = IMPLICIT PLOT, e volte ao Window Editor.



Nota: Para obter maiores detalhes, aumente as variáveis xgrid e ygrid de Window. Entretanto, isto aumenta o tempo de cálculo do gráfico.

- Pressione \blacktriangleright [GRAPH] para representar a equação graficamente.
Demorará um pouco para calcular o gráfico portanto, tenha paciência.



O gráfico mostra onde $\sin(x^4 + y - x^3y) = .1$

Sugestão: Quando um gráfico é animado, a tela muda para visualização normal. Pressione \boxtimes para alternar entre visualizações normal e expandida.

- Use as teclas de cursor para animar o gráfico e visualizá-lo sob diferentes ângulos eye.



Nesta visualização expandida, este exemplo mostra $\text{eye}\theta = -127.85$, $\text{eye}\phi = 52.86$ e $\text{eye}\psi = -18.26$.

